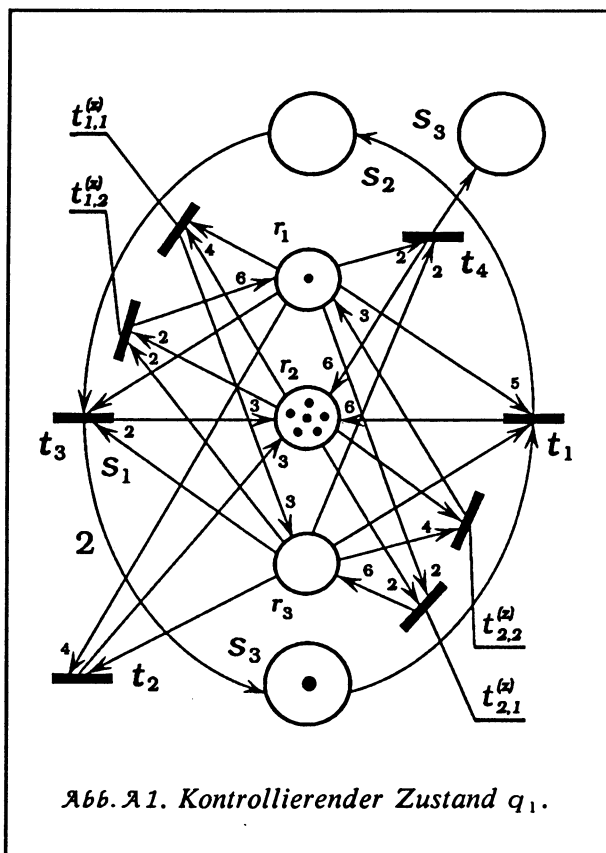


## Anhang A. SIMULATION DER KONTROLLIERENDEN ZUSTÄNDE IN GEWÖHNLICHEN VEKTOR-ADDITIONSSYSTEMEN

Kontrollierende Zustände können laut Lemma 3.3 auch in Vektor-Additionssystemen simuliert werden. Diese Simulation wollen wir hier etwas genauer schildern. Als Basis nehmen wir wieder das Petri-Netz aus dem Beispiel Abb. 5 (§3), das zwei kontrollierende Zustände enthält. Der Aufwand dieser Simulation ist beträchtlich. Erforderlich sind drei zusätzliche Stellen  $r_1, r_2, r_3$  und darüberhinaus jeweils zwei Transitionen für jeden kontrollierenden Zustand. (In unserem Beispiel:  $t_{1,1}^{(z)}$ ,  $t_{1,2}^{(z)}$  für den Zustand  $q_1$  und  $t_{2,1}^{(z)}$ ,  $t_{2,2}^{(z)}$  für  $q_2$ ). Das Petri-Netz simuliert den Zustand  $q_1$ , bzw.  $q_2$ , wenn die Markierung auf den zusätzlichen Stellen entsprechend  $m(r) = (1, 6, 0)$  für  $q_1$ , bzw.  $m(r) = (2, 3, 0)$  für  $q_2$  ist. Andere Markierungen sind als Zwischenzustände zu verstehen, die im ursprünglichen Petri-Netz nicht vorkommen. Im Anfangszustand  $m_0$  (Abb. A1) ist nur die Transition  $t_{1,1}^{(z)}$  aktiviert und nachdem sie gefeuert hat ist das die  $t_{1,2}^{(z)}$ . Wir haben dann  $m(r) = (6, 0, 1)$  und in diesem Zustand sind die Transitionen  $t_1$  und  $t_2$  aktiviert (d.h. genau diejenigen, für die  $q^*(t) = q_1$  gilt!). Feuert die erste der beiden, dann erhalten wir wieder die Ausgangsmarkierung auf den zusätzlichen Stellen. Andernfalls lautet diese Markierung  $m(r) = (2, 3, 0)$ , was mit dem kontrollierenden Zustand  $q_2$  zu identifizieren ist. Die Transitionen  $t_{1,2}^{(z)}$  und  $t_{2,1}^{(z)}$  sind jetzt blockiert und bleiben es während und nach dem Schaltvorgang  $t_{2,1}^{(z)} t_{2,2}^{(z)}$ , der dann  $m(r) = (3, 0, 2)$  liefert (Abb. A2). In diesem Zustand sind ausschließlich



die Transitionen  $t_3$  und  $t_4$  aktiviert. Feuert die erste der beiden, dann erhalten wir wieder  $m(r) = (2, 3, 0)$  und die Transitionenfolge  $t_{2,1}^{(z)} t_{2,2}^{(z)}$  (und nur diese) kann erneut feuern. Feuert jedoch die Transition  $t_4$ , dann erhalten wir  $m(r) = (1, 6, 0)$ , was mit  $q_1$  gleichzusetzen ist. Wieder kann (ausschließlich) die Transitionenfolge  $t_{1,1}^{(z)} t_{1,2}^{(z)}$  feuern usw. Unser Petri-Netz genügt offensichtlich (PN\*) - ist also ein Vektor-Additionssystem, das die in Abb. 11 zusammengestellten Simulationsvarianten komplettiert. Wir halten fest: der Aufwand dieser Simulation setzt sich aus drei zusätzlichen Stellen, sowie  $2 \cdot |Q|$  zusätzlichen Transitionen zusammen. (Letzteres gilt natürlich auch dann, wenn das zu simulierende Petri-Netz inhibitor-Kanten enthält und diese als Simulationsmittel nicht verfügbar sind.

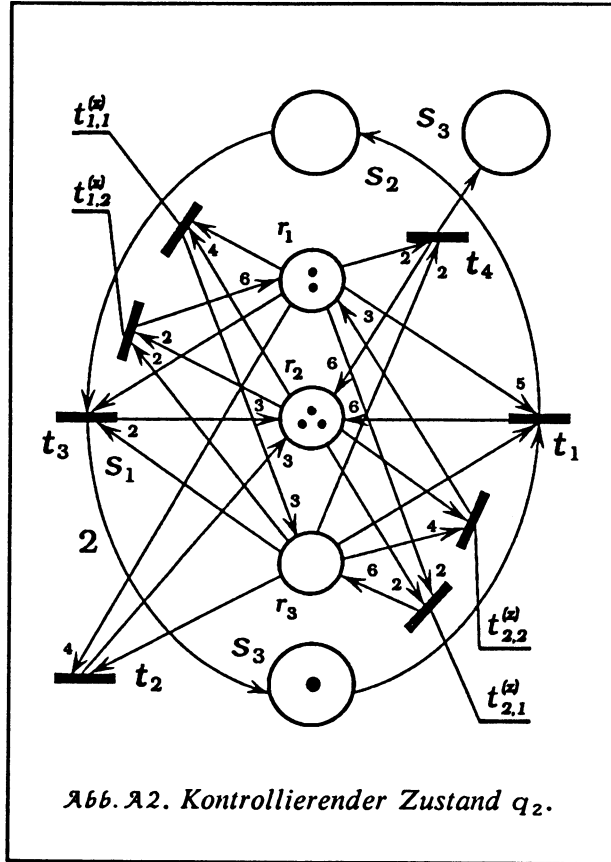


Abb. A2. Kontrollierender Zustand  $q_2$ .

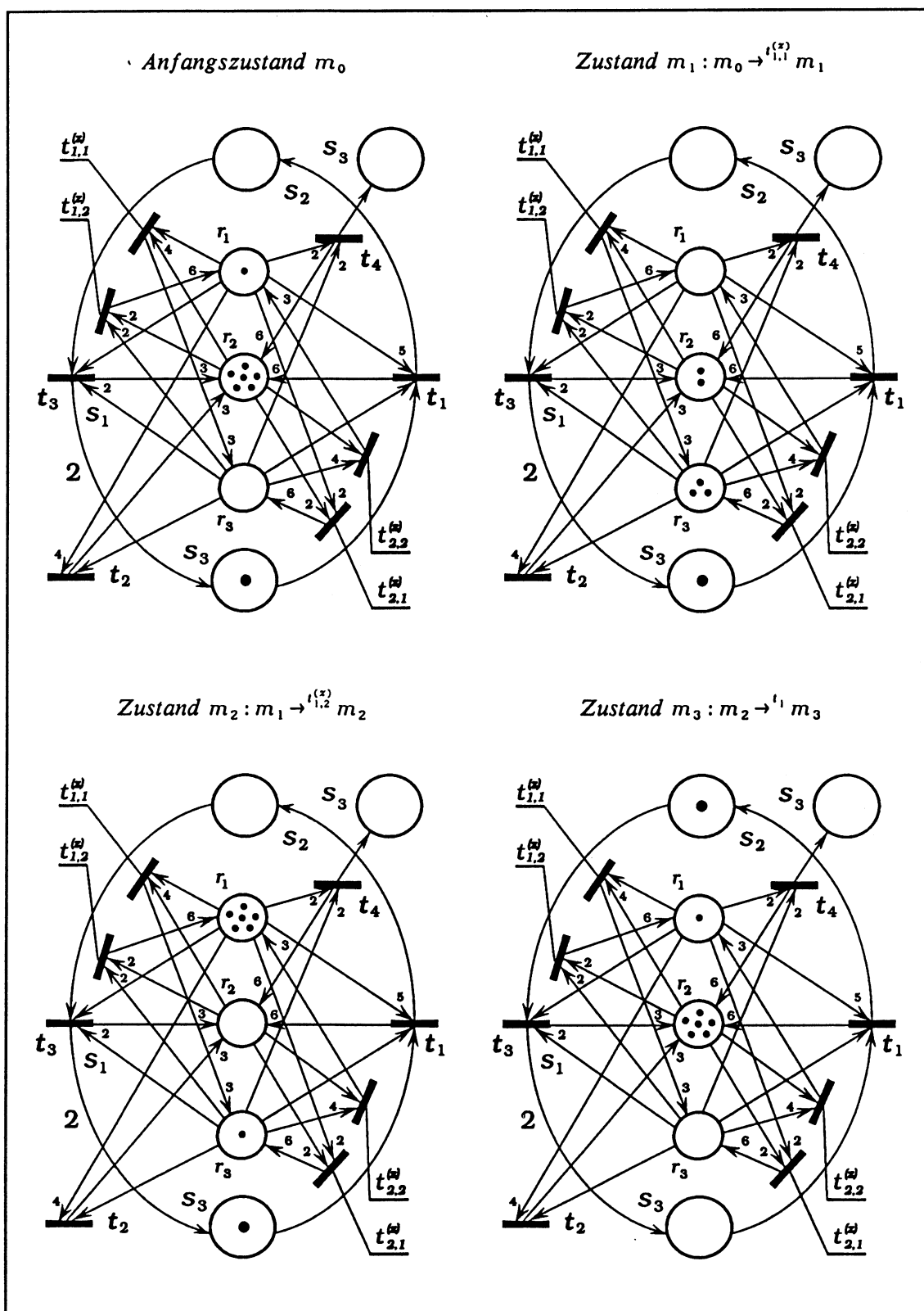
Diese Simulation ist offenbar als schwach zu bezeichnen, weil sich jeder zu simulierende Schaltvorgang in Etappen vollzieht. Dem Feuern einer beliebigen Transition im ursprünglichen Petri-Netz entspricht stets eine auf drei Transitionen zurückgehende Schaltfolge im Simulationsnetz. Die zu der Schaltfolge  $t_1 t_2 t_3 t_4 (t_1)^2 t_2 t_3$  (wie in allen bisherigen Beispielen) äquivalente Schaltfolge lautet in diesem Fall:

$$t_{1,1}^{(z)} t_{1,2}^{(z)} t_1 t_{1,1}^{(z)} t_{1,2}^{(z)} t_2 t_{2,1}^{(z)} t_{2,2}^{(z)} t_3 t_{2,1}^{(z)} t_{2,2}^{(z)} t_4 (t_{1,1}^{(z)} t_{1,2}^{(z)} t_1)^2 t_{1,1}^{(z)} t_{1,2}^{(z)} t_2 t_{2,1}^{(z)} t_{2,2}^{(z)} t_3.$$

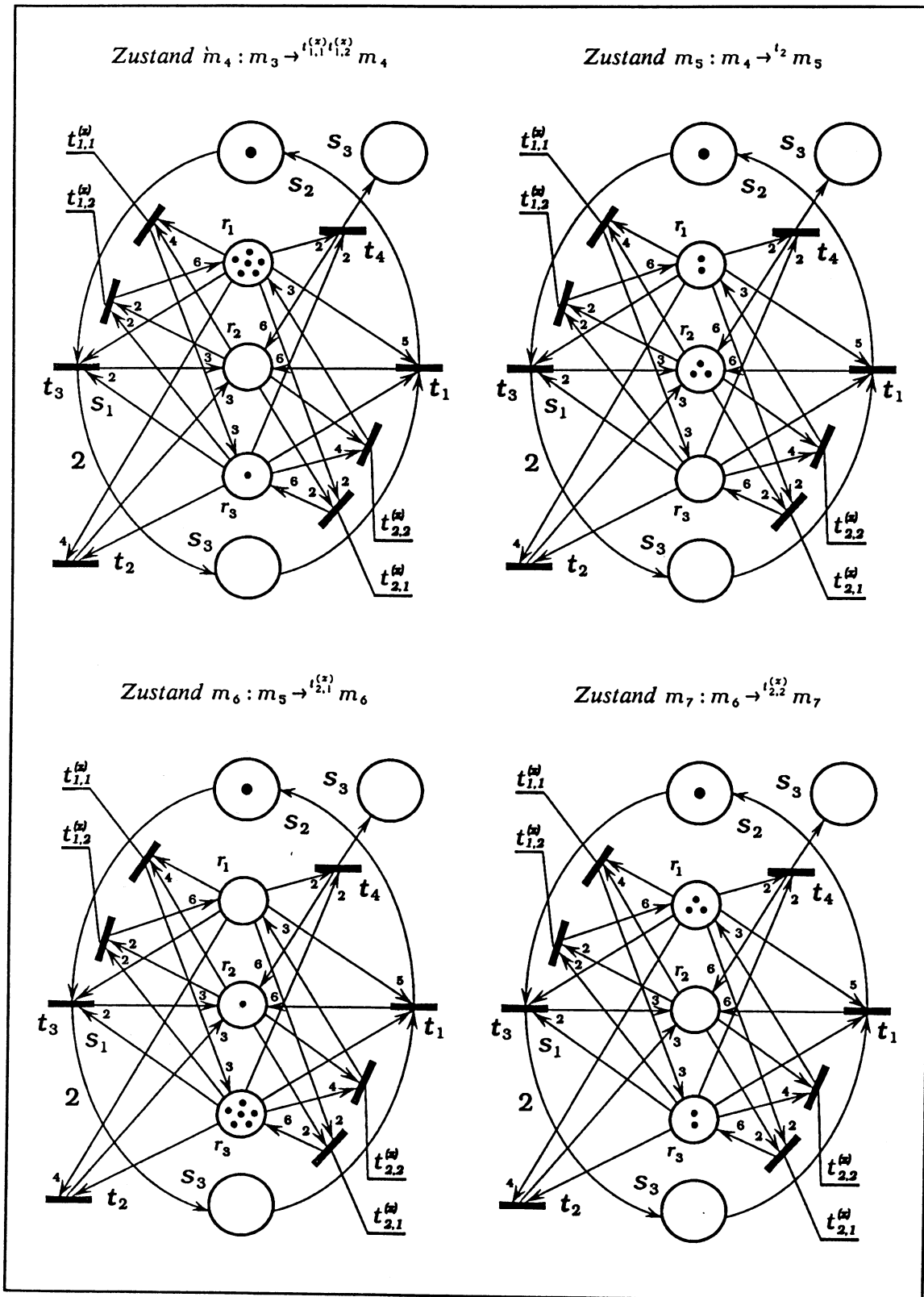
Auch hier wollen wir vollständigkeithalber die Zustandsveränderungen bei der Umsetzung dieser Schaltfolge studieren. Die Zustände  $m_1, m_2, m_4, m_6, m_7, m_9$  sind die bereits erwähnten Zwischenzustände,<sup>1</sup> die übrigen sind mit (erreichbaren) Zuständen des zu simulierenden Petri-Netzes zu identifizieren.

<sup>1</sup> Dennoch gehören die Markierungen der ersten drei Stellen stets zur Erreichbarkeitsmenge des ursprünglichen Petri-Netzes, was auch der Sinn der Simulation ist. Die Unterscheidung zwischen diesen beiden Zustandsarten ist ausschließlich simulationstechnisch bedingt.

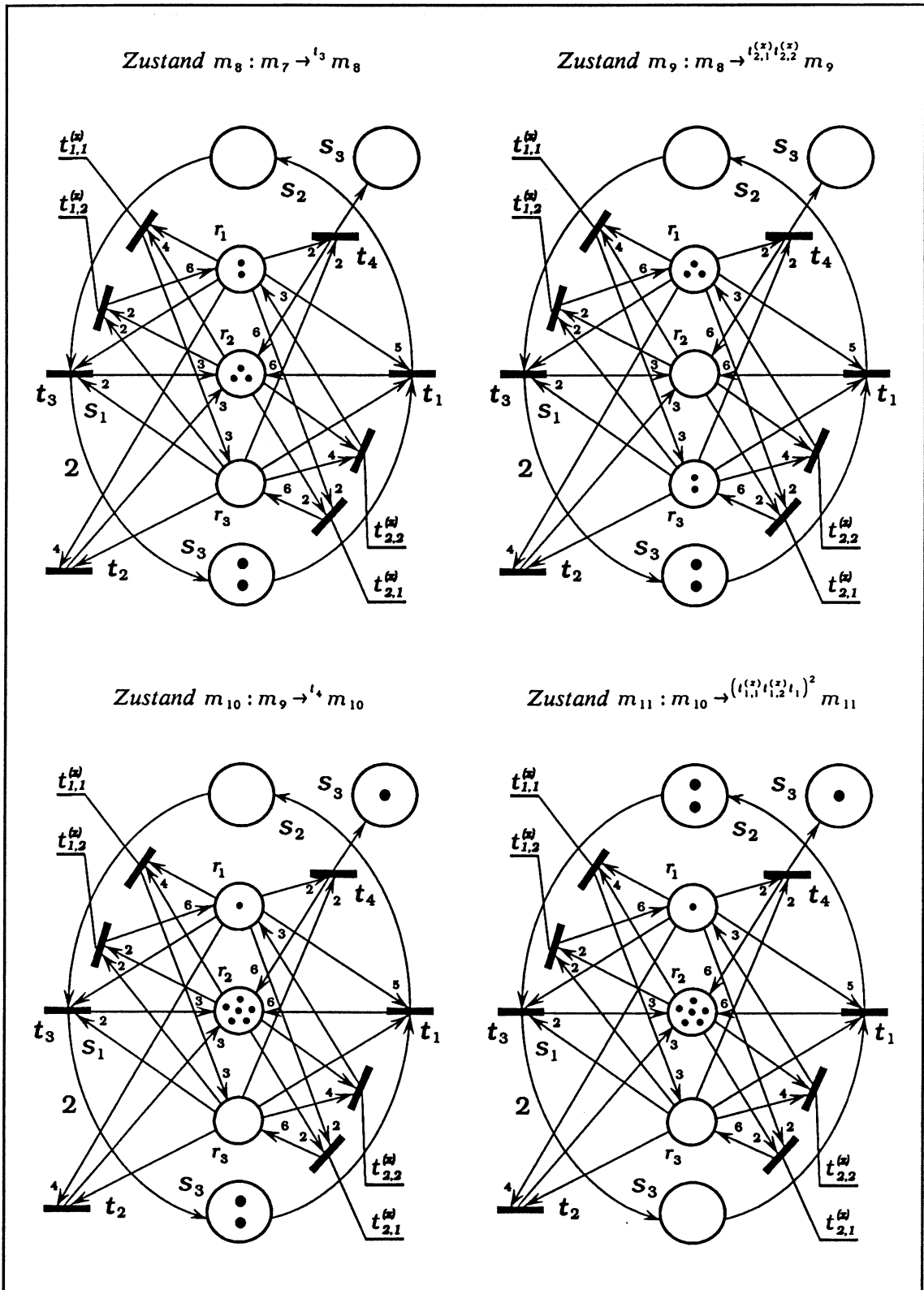
Anhang A. SIMULATION DER KONTROLLIERENDEN ZUSTÄNDE IN GEWÖHNLICHEN VEKTOR-ADDITIONSSYSTEMEN



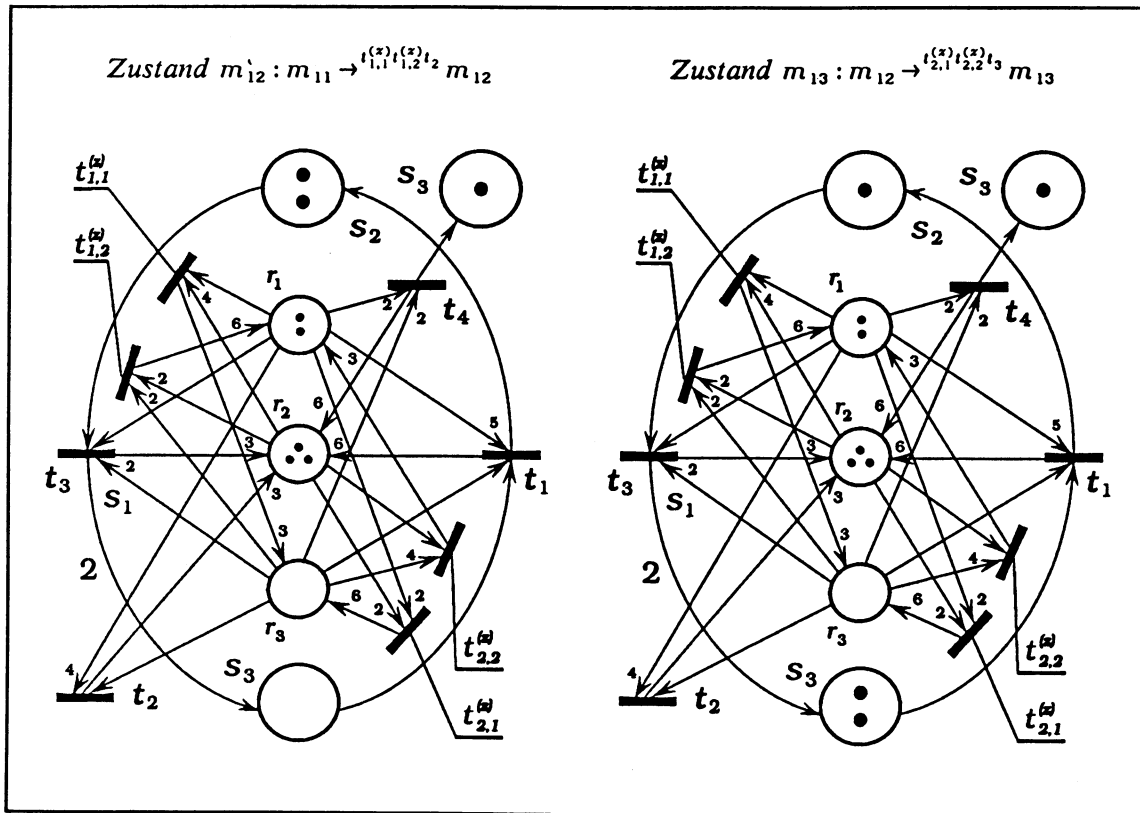
Anhang A. SIMULATION DER KONTROLLIERENDEN ZUSTÄNDE IN GEWÖHNLICHEN VEKTOR-ADDITIONSSYSTEMEN



Anhang A. SIMULATION DER KONTROLLIERENDEN ZUSTÄNDE IN GEWÖHNLICHEN VEKTOR-ADDITIONSSYSTEMEN



Anhang A. SIMULATION DER KONTROLLIERENDEN ZUSTÄNDE IN GEWÖHNLICHEN VEKTOR-ADDITIONSSYSTEMEN



<b>Anhang B. LITERATURVERZEICHNIS</b>
---------------------------------------

- [1] T. Araki, T. Kasami, *Decidable Problems on the Strong Connectivity of Petri Net Reachability Sets*, Theoret. Comp. Sci. 4 (1977) 99-119.
- [2] H.G. Baker, *Rabin's Proof of the Undecidability of the Reachability Set Inclusion Problem of Vector Addition Systems*, MIT Project MAC, CSGM 79, Cambridge, Mass. (1973).
- [3] H. Kleine-Büning, T. Lettmann, E.W. Mayr, *Projections of Vector Addition System Reachability Sets Are Semilinear*, Theoret. Comp. Sci. 64 (1989) 343-350.
- [4] E.W. Cardoza, *Computational Complexity of the Word Problem for Commutative Semigroups*, MAC Technical Memorandum 67, M.I.T. (1975).
- [5] E. Commoner, *Deadlocks in Petri Nets*, Applied Data Research, Wakefield MA, CA 7206-3211 (1972), Applied Data Research Inc.
- [6] J. Grabowski, *The Decidability of Persistence for Vector Addition Systems*, IPL, 11 (1980) 20-23.
- [7] M. Hack, *Decidability Questions for Petri Nets*, MIT, LCS, TR 161, Cambridge, Mass., (1976).
- [8] M. Hack, *Petri Nets and Commutative Semigroups*, MIT Project MAC, CSGN 18, Cambridge, Mass. (1974).
- [9] M. Hack, *The Equality Problem for Vector Addition Systems is Undecidable*, C.S.G. Memo 121. Project MAC, M.I.T. (1975).
- [10] J. Hopcroft, J.J. Pansiot, *On the Reachability Problem for 5-Dimensional Vector Addition Systems*, Theoret. Comp. Sci., 8 (1979) 135-159.
- [11] R. Karp, R. Miller, *Parallel Program Schemata*, J. Comp. Syst. Sci. 3 (1969) 147-195.
- [12] R.M. Keller, *Vector Replacement Systems: a Formalism for Modelling Asynchronous Systems*, Princeton Univ., Princeton, NJ, CSL, TR 117, (1972).

- [13] S.R. Kosaraju, *Decidability of Reachability in Vector Addition Systems*, Proc. 14th Ann. ACM STOC, (1982) 267-281.
- [14] K. Lautenbach, *Exakte Bedingungen der Lebendigkeit für eine Klasse von Petri-Netzen*, GMD Bonn (St. Augustin), Bericht Nr. 82, (1973).
- [15] R. Lipton, *The Reachability Problem is Exponential-Space Hard*, Dept. Computer Science Rep. 62, Yale Univ., New Haven, CT (1976).
- [16] E.W. Mayr, *An Algorithm for the General Petri Net Reachability Problem*, SIAM J. Comput. 13,3 (1984) 441-460.
- [17] E.W. Mayr, *Persistence of Vector Replacement Systems is Decidable*, Acta Informatica, 15 (1981) 309-318.
- [18] E.W. Mayr, A.R. Meyer, *The Complexity of the Finite Containment Problem for Petri Nets*, Journal of the Association for Computing Machinery, Vol 28, No. 1 (1981) 561-576.
- [19] E.W. Mayr, A.R. Meyer, *The Complexity of the Word Problems for Commutative Semigroups and Polynomial Ideals*, Advances in Mathematics 46,3 (1982), 305-329.
- [20] H. Müller, *Decidability of Reachability in Persistent Vector Replacement Systems*, Proc. 9th Symposium on MFCS (1980), LNCS 88, Springer, New York, 426-438.
- [21] C.A. Petri, *Kommunikation mit Automaten*, Institut für Instrumentelle Mathematik, Bonn, Schriften des IMM Nr. 2, (1962).
- [22] M. Presburger, *Über die Vollständigkeit eines gewissen Systems der Arithmetik ganzer Zahlen, in welchem die Addition als einzige Operation hervortritt*, Compute-Rendus du I. Congrès des Mathématiciens des pays, Warsaw (1930) 92-101.
- [23] G. Sacerdote, L. Tenney, *The Decidability of the Reachability Problem for Vector Addition Systems*, Proc. 9th Ann. ACM Stoc, (1977) 61-76.
- [24] D.C. Open, *A  $2^{2^{2^n}}$  Upper Bound on the Complexity of Presburger Arithmetic*, J. Comput. Systems Sci., 16 (1978) 323-332.
- [25] J. Van Leeuwen, *A Partial Solution to the Reachability Problem for Vector Addition Systems*, Sixth Ann. ACM Symp. on the Theory of Computing (1974) 303-309.